



مدة الإجازة	المعامل	العامة	الشعب أو المسالك	المستوى
ساعة ونصف (1h30)	1	الرياضيات	مسلك اللغة العربية ومسلك العلوم الشرعية شعبة الآداب والعلوم الإنسانية	2 من سلك البكالوريا

L'usage de la calculatrice non programmable est autorisé

Exercice 01 : (4 points)

- 1) Vérifier que : $\ln\left(\frac{2}{49}\right) + 2\ln\left(\frac{7}{\sqrt{5}}\right) + \ln\left(\frac{5}{3}\right) = 0$ (ln désigne le logarithme népérien)
- 2) a) Vérifier que : $(2e^x + 1)(e^x - 1) = 2e^{2x} - e^x - 1$ pour tout x de \mathbb{R}
b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2e^{2x} - e^x - 1 = 0$
- 3) Résoudre dans l'intervalle $]2; +\infty[$ l'inéquation : $\ln(3x - 6) - \ln(x + 4) \leq 0$

Exercice 02 : (2 points)

On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + xe^x$

- 0,5x2 1) Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{x}$
- 1 2) Montrer que : $g'(x) = (x + 1)(e^x + 1)$ pour tout x de \mathbb{R} (g' désigne la dérivée de g)

Exercice 03 : (4 points)

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0 = 7$ et $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$ pour tout n de \mathbb{N}

- 0,5 1) a) Calculer u_1 et u_2
- 0,5 b) Vérifier que : $u_{n+1} - 3 = \frac{2}{3}(u_n - 3)$ pour tout n de \mathbb{N}
- 2) On pose $v_n = u_n - 3$ pour tout entier naturel n
 - 1 a) Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{2}{3}$ (On peut utiliser 1)-b)
 - 0,75 b) Calculer v_0 puis écrire v_n en fonction de n
- 1,25 3) En déduire que : $u_n = 4\left(\frac{2}{3}\right)^n + 3$ pour tout n de \mathbb{N} , puis calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

Exercice 04 : (6 points)

Soit f la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = x^2 - x + \ln x$

- 1x2 1) Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$
- 1 2) Montrer que : $2x^2 - x + 1 > 0$ pour tout x de $]0; +\infty[$
- 1 3) a) Montrer que : $f'(x) = \frac{2x^2 - x + 1}{x}$ pour tout x de $]0; +\infty[$ (f' désigne la dérivée de f)
b) En déduire que la fonction f est strictement croissante sur $]0; +\infty[$
- 0,5x2 c) Calculer $f(1)$, puis dresser le tableau de variations de f sur $]0; +\infty[$
- 0,5 4) En utilisant le tableau de variations de f , montrer que : $f(x) \geq 0$ pour tout x de $[1; +\infty[$

Exercice 05 : (4 points)

Un sac contient 2 boules blanches et 4 boules noires, indiscernables au toucher. On tire au hasard successivement et sans remise 2 boules du sac.

- 1 1) Montrer que le nombre de tirages possibles est égal à 30.
- 1 2) Calculer la probabilité d'obtenir 2 boules de mêmes couleurs.
- 1 3) Calculer la probabilité d'obtenir une boule noire au premier tirage.
- 1 4) Calculer la probabilité d'obtenir 2 boules de couleurs différentes.